Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Prof. Dr. H.-W. Leopoldt

Karlsruhe, 26.4.1990

Elementare Zahlentheorie — Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeige den folgenden Rekursionssatz:
Seien eine Menge X, ein $c \in X$ und eine Abbildung $g\colon \mathbb{N}_0 \times X \to X$ gegeben. Dann gibt es genau eine Abbildung $f\colon \mathbb{N}_0 \to X$ mit $f(0) = c$ und $f(\sigma(n)) = g(n, f(n)) \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$.
(Hinweis: Konstruiere f. Eine Abbildung $f\colon A \to B$ sei definiert als Tripel (A, B, R), wobei $R \subset A \times B$ die Eigenschaft besitzt, daß es zu jedem $a \in A$ genau ein $b \in B$ mit $(a, b) \in R$ gibt. Man schreibt dann $b = f(a)$.)

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeige die Einzigkeit von $\mathbb{N}_0$ bis auf Isomorphie:
Genügen $(\mathbb{N}_0, 0, \sigma)$ und $(\widetilde{\mathbb{N}_0}, \widetilde{0}, \widetilde{\sigma})$ den Peano-Axiomen, so gibt es genau eine bijektive Abbildung $\varphi\colon \mathbb{N}_0 \to \widetilde{\mathbb{N}_0}$ mit $\varphi(0) = \widetilde{0}$ und $\varphi \circ \sigma = \widetilde{\sigma} \circ \varphi$.

Abgabe: Bis spätestens Donnerstag, 3.5.1990, 15.30 Uhr in den Kasten bei Zi. 308 des Mathematikgebäudes oder in der Übung im Hörsaal Hauptbau.