Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Dr. W. Trinks

Karlsruhe, 24.5.1991

Algebra II — Übungsblatt 5

Aufgabe 23

Sei R ein kommutativer Ring, $M \in {}_R\mathcal{M}$. Zeigen Sie: Sind $(Q_i)_{i\in I}$ ($I \neq \emptyset$ beliebige Indexmenge) zum selben Primideal $\mathbf{p}$ assoziierte Primärmoduln $Q_i \leq M$, so ist auch $\bigcap_{i\in I} Q_i$ ein zu $\mathbf{p}$ assoziierter Primärmodul.

Aufgabe 24

Sei R ein noetherscher Ring und $\mathbf{a} \trianglelefteq R$. Zeigen Sie: Die Menge $\mathcal{P}_{\mathbf{a}}$ der minimalen Elemente von $\{\mathbf{p} \trianglelefteq R : \mathbf{p} \text{ Primideal}, \mathbf{p} \supset \mathbf{a}\}$ ist endlich, und $\sqrt{\mathbf{a}} = \bigcap_{\mathbf{p}\in\mathcal{P}_{\mathbf{a}}} \mathbf{p}$.

Aufgabe 25

Bestimmen Sie eine reduzierte Primärzerlegung von

(a) $\langle X^2Y, Y^2 - Y, Y^2 + Y, Y^3 - Y \rangle \trianglelefteq \mathbb{C}[X,Y]$,

(b) $\langle X^2 + \lambda \cdot XY + Y^2 + 1 \rangle \trianglelefteq \mathbb{C}[X,Y]$ für $\lambda \in \mathbb{C}$,

(c) $\langle X^2 + \lambda \cdot XY + Y^2 + 1 \rangle \trianglelefteq \mathbb{R}[X,Y]$ für $\lambda \in \mathbb{R}$

(z. B. nach dem Verfahren der Vorlesung vom 27.5.) und bestimmen Sie jeweils die Nullstellenvarietät des angegebenen Ideals.

Abgabe: Bis spätestens Freitag, 31.5.1991, 9.40 Uhr in den Kasten bei Zi. 308 des Mathematikgebäudes oder in der Übung im S 34.